

Aufgaben zur Potenzrechnung

Potenzgesetze:

1. Potenzgesetz: $x^m \cdot x^n = x^{m+n}$ $\frac{x^m}{x^n} = x^{m-n}$

2. Potenzgesetz: $x^n \cdot y^n = (x \cdot y)^n$ $\frac{x^n}{y^n} = \left(\frac{x}{y}\right)^n$

3. Potenzgesetz: $(x^m)^n = x^{m \cdot n}$

Weitere wichtige Regeln: $x^0 = 1$ $x^{-n} = \frac{1}{x^n}$ $x^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{x^m}$

Binomische Formeln:

1. binomische Formel: $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

2. binomische Formel: $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

3. binomische Formel: $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

Aufgabe 1:

Schreibe die folgenden Zahlen in Normdarstellung:

a) 1005 000 b) 0,000301 c) $405,38 \cdot 10^4$ d) $0,00045 \cdot 10^{-4}$

Aufgabe 2:

Berechne mit dem Taschenrechner und gib das Ergebnis auf 3 Dezimalstellen genau in Normdarstellung an.

a) $\frac{9,6 \cdot 10^{-3} \cdot 1,85 \cdot 10^4}{6,2 \cdot 10^5 \cdot 1,5 \cdot 10^{-4}} =$ b) $\frac{(-3,2 \cdot 10^{10}) \cdot 0,5^3}{10^{20} \cdot (-0,4 \cdot 10^{-18})} =$

Aufgabe 3:

Fasse zusammen und verwende im Ergebnis bei c) nur positive Hochzahlen !

a) $a^{-n}b^{-2} \cdot a^{2n}b^n$ b) $\frac{a^{n-1}b^{-n}}{a^{1-2n}b^n}$ c) $\frac{28a^2b^{-1}c^{-2}}{14a^3b^{-2}c}$ d) $\frac{x^{4n+5}}{x^{6-5n}}$

Aufgabe 4:

Fasse zusammen und vereinfache so weit wie möglich:

a) $\frac{a^2b^{-5}}{c^{-3}d} \cdot \frac{c^{-3}d^2}{a^{-2}b^{-8}}$ b) $(4a^{3n-2} \cdot 3 \cdot a^{6-2n}) : 6a^{n+3}$ c) $\left(\frac{3x^2y^{-5}}{2a^{-3}b^{-1}} \cdot \frac{a^{-4}b^5}{x^{-3}y^{-2}}\right) : \frac{x^4y^{-3}}{6ab^2}$
d) $\frac{(9-4a^2)^n}{(3-2a)^n}$ e) $\frac{(a-1)^n}{(1-a)^n}$ f) $\left(\frac{34ax^2}{23b^2y^2}\right)^3 : \left(\frac{-68ax^4}{23b^3y}\right)^3$

Aufgabe 5:

Schreibe als Produkt:

a) $a^{x+4} - a^{x+2}$

b) $x^{2m+1} - 18x^{2m-3} + 81x^{2m-7}$

c) $2x^{6m} - 72$

Aufgabe 6:

Vereinfache:

a) $(x^{n-1} + x^{1-n})^2$

b) $\frac{1}{3a^n} - \frac{1}{a^{n+1}} + \frac{1}{a^n}$

c) $\frac{2x+1}{x^{2n-2}} + \frac{1-x}{x^{2n-1}} - \frac{2x^4-1}{x^{2n+1}}$

d) $\frac{2a^3 - 2a^2 + 1}{a^{n+1}} - \frac{a^5}{a^{n+3}} - \frac{a-2}{a^{n-1}}$

e) $\frac{x^{m-1} + 6x^{m-2} + 9x^{m-3}}{x^{m-2} + 6x^{m-3} + 9x^{m-4}}$

f) $\frac{a^{m-1} - 2a^m + a^{m+1}}{a^{m+1} - a^m}$

g) $\frac{a^4 - a^5}{a^5 - a^4}$

h) $\frac{-y^{k+2} + 2y^{k+1} - y^k}{y^{k+2} - y^k}$

i) $\frac{3a^2+1}{a^{3n+1}} - \frac{2a-1}{a^{3n}} - \frac{1}{a^{3n-1}}$

j) $(x^{2n+1} - 3x^{1+n})^2$

k) $\frac{x^{n+2} - x^n}{x^n - 2x^{n-1} + x^{n-2}}$

l) $16 \cdot 2^{n-2} + 20 \cdot 2^{n-1} + 18 \cdot 2^n$

Aufgabe 7:

Vereinfache ohne Taschenrechner:

a) $\frac{49^5 \cdot (5^3 \cdot 8^4)^6}{28^4 \cdot 25^9}$

b) $\frac{27^6 - 3^{15}}{6 \cdot 3^{12}}$

Aufgabe 8:

Vereinfache die Wurzelausdrücke:

a) $\sqrt{400} - 8 \cdot \sqrt[5]{32} + \frac{1}{2} \cdot \sqrt[3]{216} - 6 \cdot \sqrt[4]{256}$

b) $8 \cdot \sqrt[8]{a^4} - 5 \cdot \sqrt[6]{a^3} - 2 \cdot \sqrt[4]{a^2}$

c) $\sqrt{a \cdot \sqrt[3]{a^2} \cdot \sqrt[4]{a^3}}$

d) $\sqrt[3]{\frac{a}{b}} \cdot \sqrt{\frac{b}{a}} \cdot \sqrt[4]{\frac{b}{a}}$

Aufgabe 9:

- a) Für welchen Wert von a liegt der Punkt $P(-\frac{1}{8} / \frac{1}{16})$ auf dem Schaubild der Funktion $f(x) = a \cdot x^3$?
- b) Das Schaubild der Funktion $f(x) = c \cdot x^n$ verläuft durch die Punkte $P(1/4)$ und $Q(2/32)$. Bestimme die Funktionsgleichung.

Aufgabe 10:

Skizziere ohne Wertetabelle grob die Schaubilder folgender Funktionen:

- a) $f(x) = 2 \cdot x^3$ b) $f(x) = -\frac{1}{2}x^4$ c) $f(x) = x^{-3}$ d) $f(x) = -\frac{1}{2}x^{-4}$

Aufgabe 11:

Weltweit werden jährlich 710 000 000 000 Hühnereier produziert. Sie sollen in handelsüblichen Zehnerpacks mit je 6 cm Höhe verpackt werden. Wie hoch wäre ein Stapel aus allen Zehnerpacks (in km angegeben), wenn man sie übereinander schichten könnte ?

Aufgabe 12:

Eine Person besitzt 4,8 Liter Blut. In 1 ml Blut befinden sich $5 \cdot 10^6$ rote Blutkörperchen. Ein solches Blutkörperchen hat eine Länge von etwa $6,4 \cdot 10^{-6}$ Meter. Wie lang (in km angegeben) wäre die Strecke, wenn man alle roten Blutkörperchen hintereinander aufreihen würde ?

Aufgabe 13:

Bei der Herstellung elektronischer Bauteile dürfen in einem Kubikmeter Luft des Produktionsraumes höchstens $n(x) = 10^{-5} \cdot x^{-2}$ Staubteilchen vorhanden sein, wenn x der Durchmesser eines Staubteilchens in cm ist. Wie viele Staubteilchen mit dem Durchmesser $x = 10^{-3}$ cm dürfen in dem Raum mit einem Volumen von 60 m^3 vorhanden sein ?

Musterlösung

Aufgabe 1:

- a) $1005000 = 1,005 \cdot 10^6$ b) $0,000301 = 3,01 \cdot 10^{-4}$
 c) $405,38 \cdot 10^4 = 4,0538 \cdot 10^2 \cdot 10^4 = 4,0538 \cdot 10^6$
 d) $0,00045 \cdot 10^{-4} = 4,5 \cdot 10^{-4} \cdot 10^{-4} = 4,5 \cdot 10^{-8}$

Aufgabe 2:

- a) Ergebnis 1,910 (Nenner des Bruches in Klammern eingeben !)
 b) Ergebnis 100 000 000 = 10^8 (Nenner des Bruches in Klammern eingeben !)

Aufgabe 3:

- a) $a^{-n}b^{-2} \cdot a^{2n}b^n = a^n \cdot b^{n-2}$ b) $\frac{a^{n-1}b^{-n}}{a^{1-2n}b^n} = a^{n-1-(1-2n)}b^{-n-n} = a^{3n-2}b^{-2n}$
 c) $\frac{28a^2b^{-1}c^{-2}}{14a^3b^{-2}c} = 2a^{-1}b \cdot c^{-3} = \frac{2 \cdot b}{a \cdot c^3}$

Aufgabe 4:

- a) $\frac{a^2b^{-5}}{c^{-3}d} \cdot \frac{c^{-3}d^2}{a^{-2}b^{-8}} = a^4b^3 \cdot d$ b) $(4a^{3n-2} \cdot 3 \cdot a^{6-2n}) : 6a^{n+3} = \frac{12 \cdot a^{n+4}}{6a^{n+3}} = 2a$
 c) $\left(\frac{3x^2y^{-5}}{2a^{-3}b^{-1}} \cdot \frac{a^{-4}b^5}{x^{-3}y^{-2}} \right) : \frac{x^4y^{-3}}{6ab^2} = \frac{3}{2}x^5y^{-3}a^{-1}b^6 \cdot \frac{6ab^2}{x^4y^{-3}} = 9 \cdot x \cdot b^8$
 d) $\frac{(9-4a^2)^n}{(3-2a)^n} = \left(\frac{9-4a^2}{3-2a} \right)^n = \left(\frac{(3-2a)(3+2a)}{3-2a} \right)^n = (3+2a)^n$
 e) $\frac{(a-1)^n}{(1-a)^n} = \left(\frac{a-1}{1-a} \right)^n = (-1)^n$
 f) $\left(\frac{34ax^2}{23b^2y^2} \right)^3 : \left(\frac{-68ax^4}{23b^3y} \right)^3 = \left(\frac{34ax^2}{23b^2y^2} \cdot \frac{23b^3y}{-68ax^4} \right)^3 = \left(\frac{b}{-2x^2y} \right)^3 = \frac{b^3}{-8x^6y^3}$

Aufgabe 5:

Schreibe als Produkt:

- a) $a^{x+4} - a^{x+2} = a^{x+2}(a^2 - 1) = a^{x+2}(a+1)(a-1)$
 b) $x^{2m+1} - 18x^{2m-3} + 81x^{2m-7} = x^{2m-7}(x^8 - 18x^4 + 81) = x^{2m-7}(x^4 - 9)^2$
 c) $2x^{6m} - 72 = 2(x^{6m} - 36) = 2(x^{3m} + 6)(x^{3m} - 6)$

Aufgabe 6:

- a) $(x^{n-1} + x^{1-n})^2 = (x^{n-1})^2 + 2x^{n-1}x^{1-n} + (x^{1-n})^2$
- b) $\frac{1}{3a^n} - \frac{1}{a^{n+1}} + \frac{1}{a^n} = \frac{a-3+3a}{3a^{n+1}} = \frac{4a-3}{3a^{n+1}}$
- c) $\frac{2x+1}{x^{2n-2}} + \frac{1-x}{x^{2n-1}} - \frac{2x^4-1}{x^{2n+1}} = \frac{(2x+1) \cdot x^3 + (1-x) \cdot x^2 - (2x^4-1)}{x^{2n+1}} = \frac{x^2+1}{x^{2n+1}}$
- d) $\frac{2a^3-2a^2+1}{a^{n+1}} - \frac{a^5}{a^{n+3}} - \frac{a-2}{a^{n-1}} = \frac{(2a^3-2a^2+1) \cdot a^2 - a^5 - (a-2) \cdot a^4}{a^{n+3}} = \frac{a^2}{a^{n+3}} = a^{-1-n}$
- e) $\frac{x^{m-1}+6x^{m-2}+9x^{m-3}}{x^{m-2}+6x^{m-3}+9x^{m-4}} = \frac{x^{m-3}(x^2+6x+9)}{x^{m-4}(x^2+6x+9)} = x^{m-3-(m-4)} = x$
- f) $\frac{a^{m-1}-2a^m+a^{m+1}}{a^{m+1}-a^m} = \frac{a^{m-1}(1-2a+a^2)}{a^m(a-1)} = \frac{a^{m-1}(a-1)^2}{a^m(a-1)} = a^{-1}(a-1)$
- g) $\frac{a^4-a^5}{a^5-a^4} = \frac{a^4(1-a)}{a^4(a-1)} = \frac{1-a}{a-1} = -1$
- h) $\frac{-y^{k+2}+2y^{k+1}-y^k}{y^{k+2}-y^k} = \frac{-y^k(y^2-2y+1)}{y^k(y^2-1)} = \frac{-(y-1)^2}{(y-1)(y+1)} = \frac{-(y-1)}{y+1} = \frac{1-y}{y+1}$
- i) $\frac{3a^2+1}{a^{3n+1}} - \frac{2a-1}{a^{3n}} - \frac{1}{a^{3n-1}} = \frac{3a^2+1-(2a-1) \cdot a - 1a^2}{a^{3n+1}} = \frac{a+1}{a^{3n+1}}$
- j) $(x^{2n+1}-3x^{1+n})^2 = x^{2(2n+1)} - 6x^{2n+1} \cdot x^{1+n} + 9x^{2(1+n)} = x^{4n+2} - 6x^{3n+2} + 9x^{2+2n}$
- k) $\frac{x^{n+2}-x^n}{x^n-2x^{n-1}+x^{n-2}} = \frac{x^n(x^2-1)}{x^{n-2}(x^2-2x+1)} = \frac{x^n(x-1)(x+1)}{x^{n-2}(x-1)^2} = \frac{x^{n-(n-2)}(x+1)}{x-1} = \frac{x^2(x+1)}{x-1}$
- l) $16 \cdot 2^{n-2} + 20 \cdot 2^{n-1} + 18 \cdot 2^n = 2^{n-2}(16 + 20 \cdot 2 + 18 \cdot 2^2) = 2^{n-2} \cdot 128 = 2^{n-2} \cdot 2^7 = 2^{n+5}$

Aufgabe 7:

- a) $\frac{49^5 \cdot (5^3 \cdot 8^4)^6}{28^4 \cdot 25^9} = \frac{(7^2)^5 \cdot 5^{18} \cdot 8^{24}}{4^4 \cdot 7^4 \cdot (5^2)^9} = \frac{7^{10} \cdot 5^{18} \cdot 2^{24} \cdot 2^{24} \cdot 2^{24}}{2^4 \cdot 2^4 \cdot 7^4 \cdot 5^{18}} = \frac{7^6 \cdot 2^{72}}{2^8} = 7^6 \cdot 2^{64}$
- b) $\frac{27^6 - 3^{15}}{6 \cdot 3^{12}} = \frac{(3^3)^6 - 3^{15}}{2 \cdot 3 \cdot 3^{12}} = \frac{3^{18} - 3^{15}}{2 \cdot 3^{13}} = \frac{3^{15}(3^3 - 1)}{2 \cdot 3^{13}} = \frac{3^2 \cdot 26}{2} = 9 \cdot 13 = 117$

Aufgabe 8:

- a) $\sqrt{400} - 8 \cdot \sqrt[5]{32} + \frac{1}{2} \cdot \sqrt[3]{216} - 6 \cdot \sqrt[4]{256} = 20 + 8 \cdot 2 + \frac{1}{2} \cdot 6 - 6 \cdot 4 = 15$
- b) $8 \cdot \sqrt[8]{a^4} - 5 \cdot \sqrt[6]{a^3} - 2 \cdot \sqrt[4]{a^2} = 8a^{0,5} - 5a^{0,5} - 2a^{0,5} = a^{0,5} = \sqrt{a}$
- c) $\sqrt{a \cdot \sqrt[3]{a^2} \cdot \sqrt[4]{a^3}} = \sqrt{a \cdot \sqrt[3]{a^2 \cdot a^{\frac{3}{4}}}} = \sqrt{a \cdot a^{\frac{2,75}{3}}} = \left(a^{\frac{23}{12}}\right)^{\frac{1}{2}} = a^{\frac{23}{24}} = \sqrt[24]{a^{23}}$

d)

$$\sqrt[3]{\frac{a}{b}} \cdot \sqrt{\frac{b}{a}} \cdot \sqrt[4]{\frac{b}{a}} = \sqrt[3]{\frac{a}{b} \cdot \left(\frac{b}{a}\right)^{0,5} \cdot \left(\frac{b}{a}\right)^{0,25}} = \sqrt[3]{\frac{a}{b} \cdot \left(\frac{b}{a}\right)^{0,75}} = \sqrt[3]{\frac{a}{b} \cdot \left(\frac{a}{b}\right)^{-0,75}} = \sqrt[3]{\left(\frac{a}{b}\right)^{0,25}} = \left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{1}{8}} = \sqrt[8]{\frac{a}{b}}$$

Aufgabe 9:

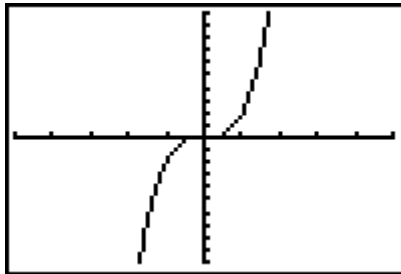
a) Punktprobe: $\frac{1}{16} = a \cdot \left(-\frac{1}{8}\right)^3 \Rightarrow a = -32 \Rightarrow f(x) = -32x^3$

b) Punktprobe mit P: $f(1) = 4 \Rightarrow c \cdot 1^n = 4 \Rightarrow c = 4$

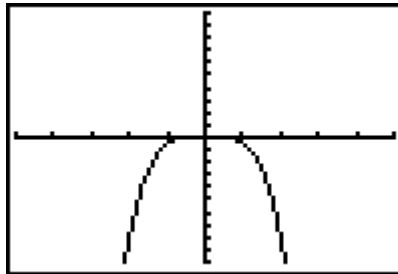
Punktprobe mit Q: $f(2) = 32 \Rightarrow c \cdot 2^n = 32 \Rightarrow 4 \cdot 2^n = 32 \Rightarrow n = 3 \rightarrow f(x) = 4x^3$

Aufgabe 10:

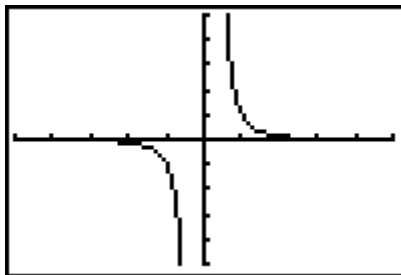
a) $f(x) = 2 \cdot x^3$



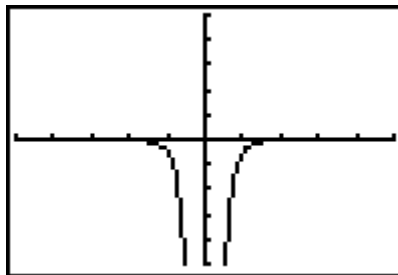
b) $f(x) = -\frac{1}{2}x^4$



c) $f(x) = x^{-3}$



d) $f(x) = -\frac{1}{2}x^{-4}$



Aufgabe 11:

$710.000.000.000 : 10 = 71.000.000.000$ Packungen

Höhe der Packungen = $71 \cdot 10^9 \cdot 6\text{cm} = (6 \cdot 71 \cdot 10^9) : 100000\text{km} = 4.260.000\text{km}$

Aufgabe 12:

Eine Person besitzt $5 \cdot 10^6 \cdot 4800 = 2,4 \cdot 10^{10}$ Blutkörperchen.

Strecke = $2,4 \cdot 10^{10} \cdot 6,4 \cdot 10^{-6}\text{m} = 153.600\text{m} = 153,6\text{km}$

Aufgabe 13:

In einem Kubikmeter Luft dürfen höchstens

$n(10^{-3}) = 10^{-5} \cdot (10^{-3})^{-2} = 10$ Staubteilchen vorhanden sein.

In 60 m^3 dürfen demnach 600 Staubteilchen mit diesem Durchmesser vorhanden sein.